

# TeleTrust/VOI-Informationstag "Elektronische Signatur und Vertrauensdienste"

Berlin, 23.09.2021

## Die drei wichtigsten Post-Quantum- Signatur-Verfahren anschaulich erklärt

Klaus Schmeh, cryptovision (an Atos company)

Klaus Schmeh



Consultant bei  
cryptovision in  
Gelsenkirchen

crypto**vision**  
an atos company

crypto**vision**  
an atos company

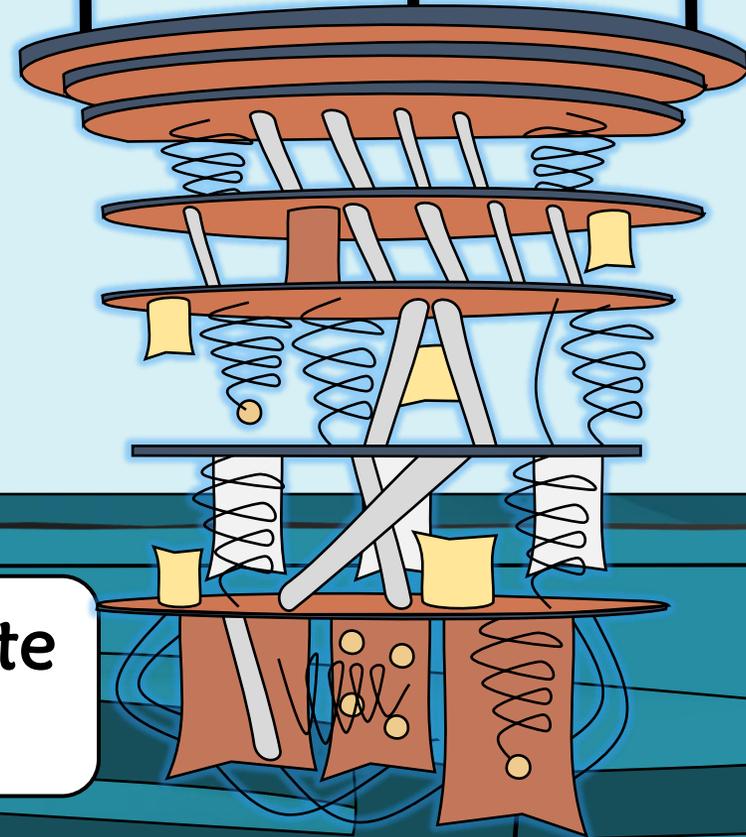
[www.cryptovision.com](http://www.cryptovision.com)

Eine Einführung in die Post-Quanten-Kryptografie ...



... werde ich heute nicht geben.

crypto vision  
an atos company

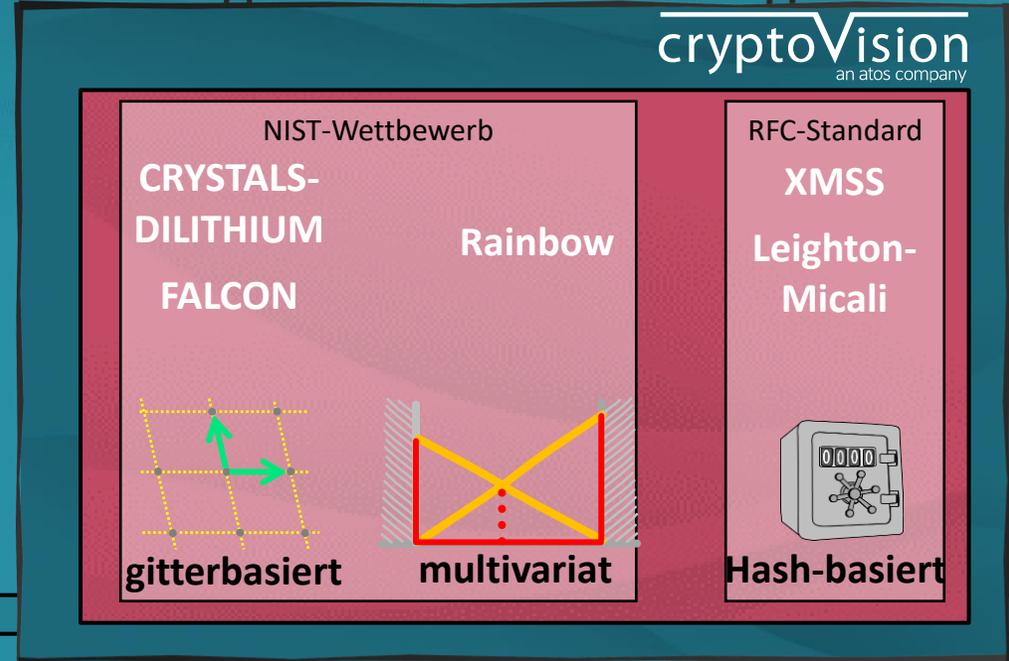


Es gibt Dutzende von Post-Quanten-Signatur-Verfahren.

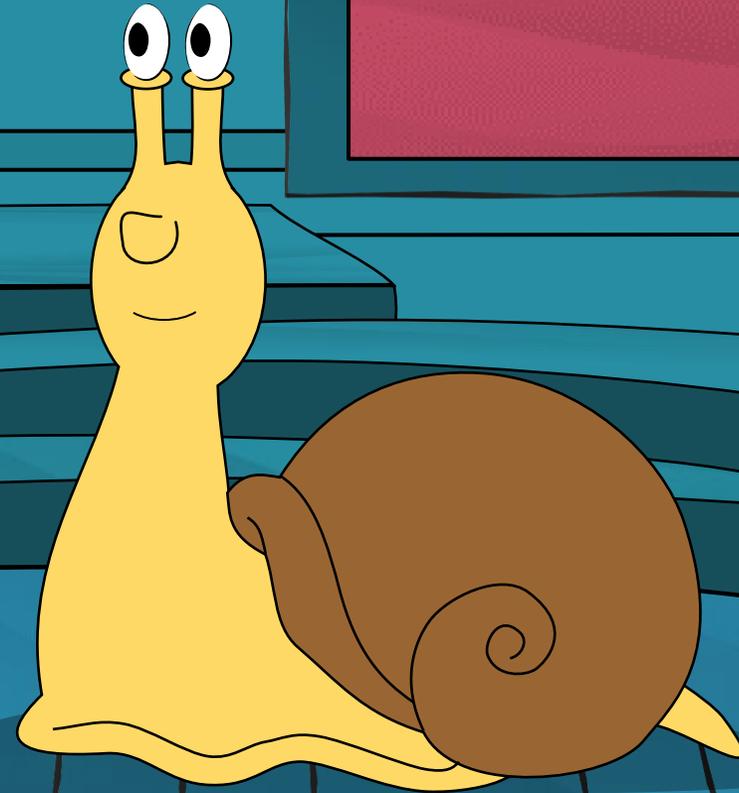


Fünf davon sind besonders wichtig!

Man kann sie in drei Gruppen einteilen.



Mein erster Gast  
ist Herr Schnecke.



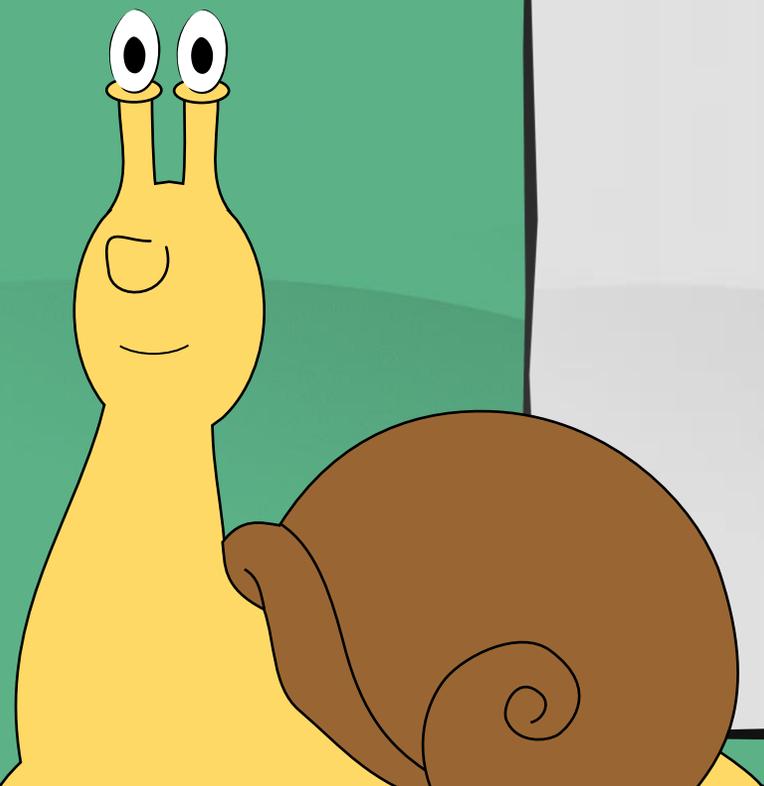
Herr Schnecke, können Sie uns  
gitterbasierte Signaturen erklären?



cryptoVision  
an atos company

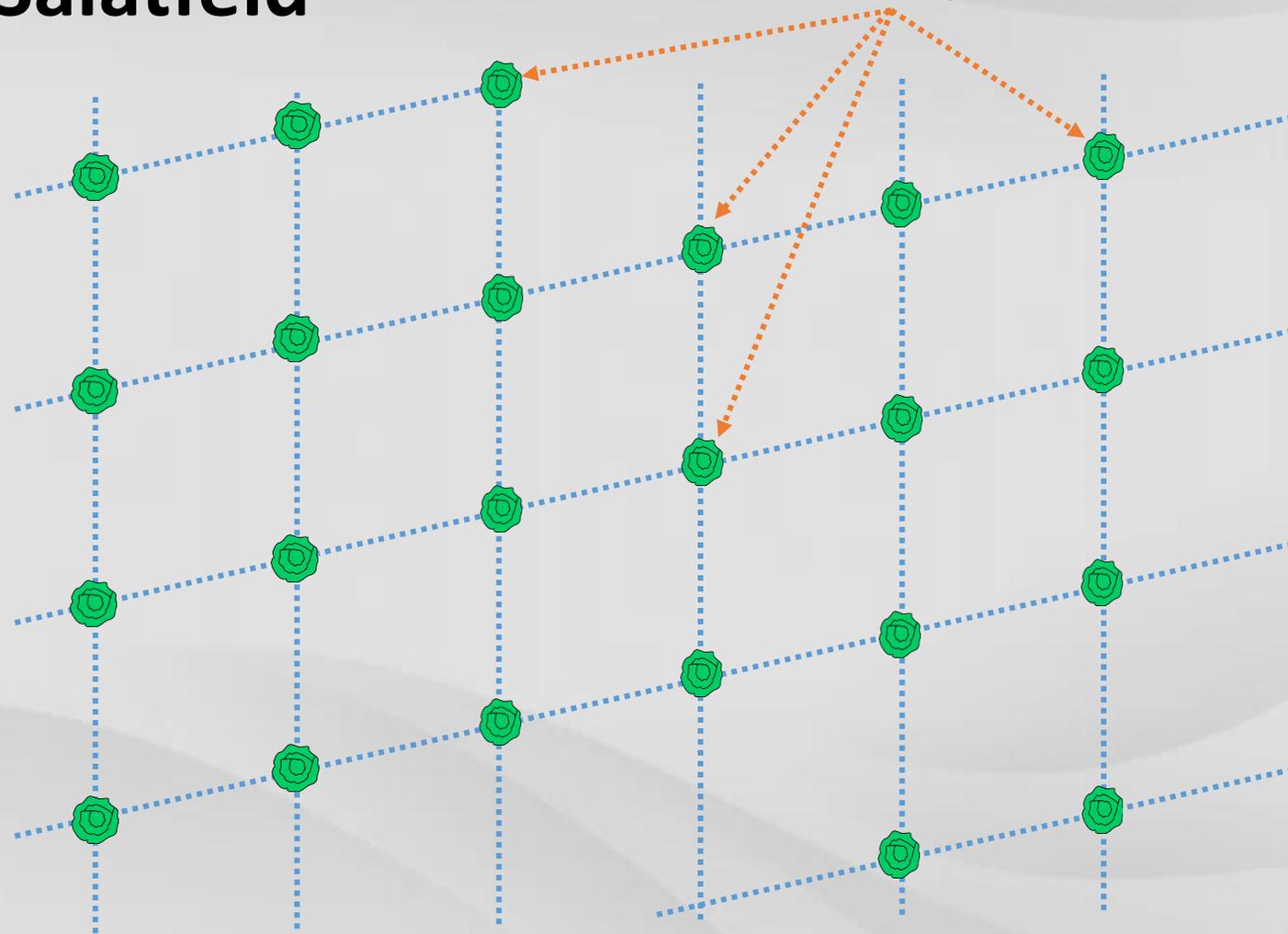
Mit Vergnügen!

Ein Gitter  
ist für  
mich ein  
Salatfeld.

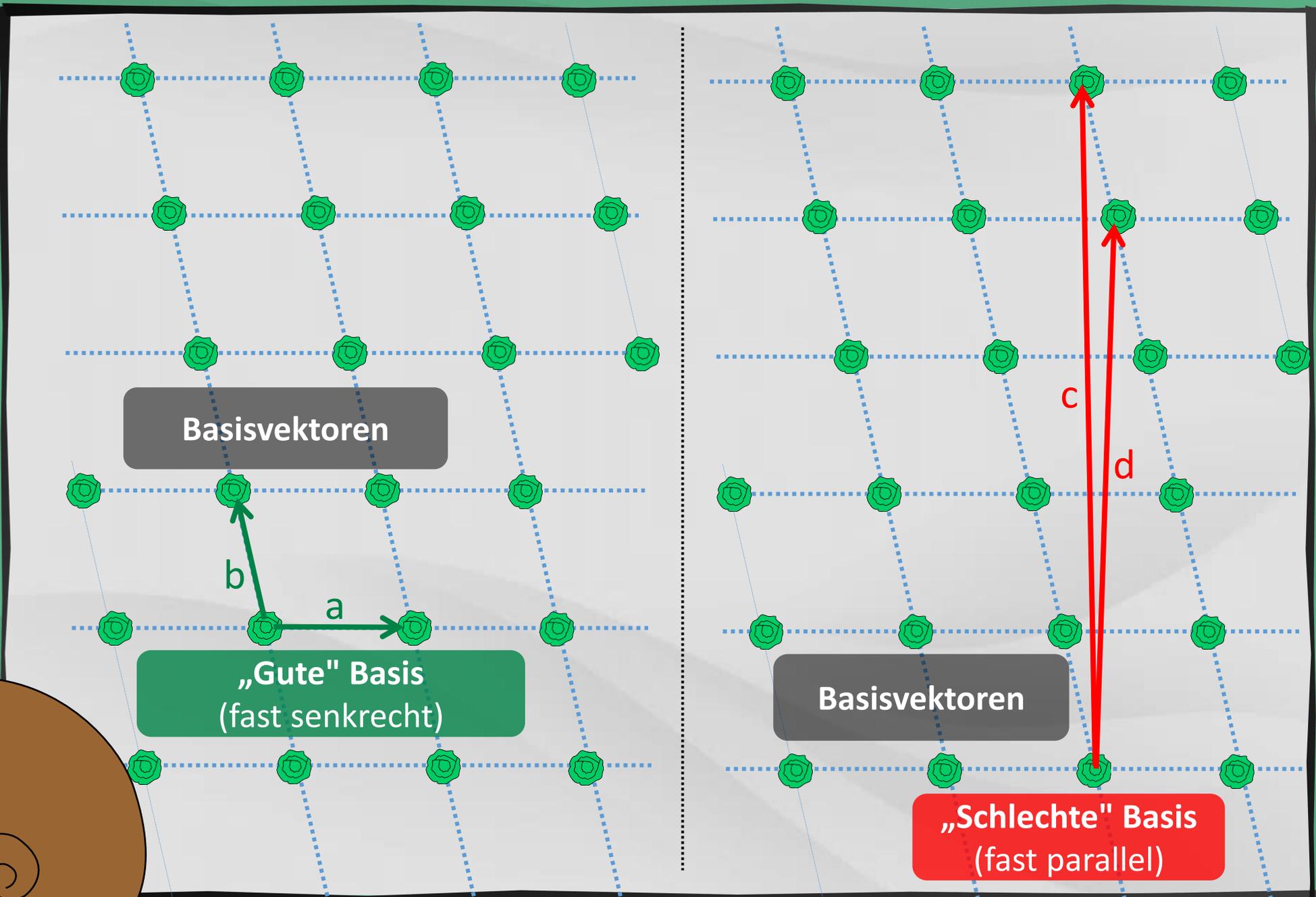
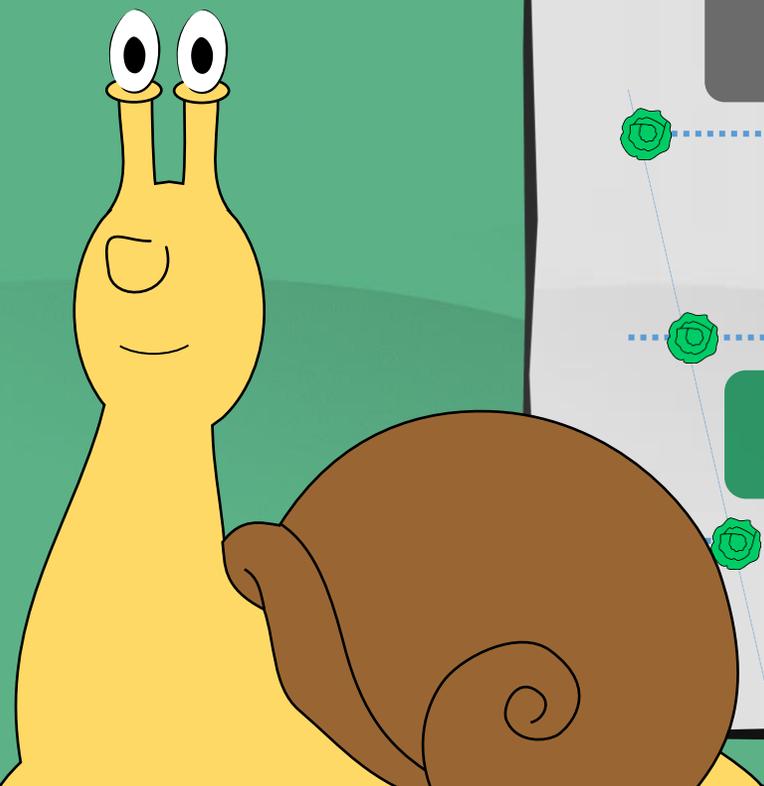


Salatfeld

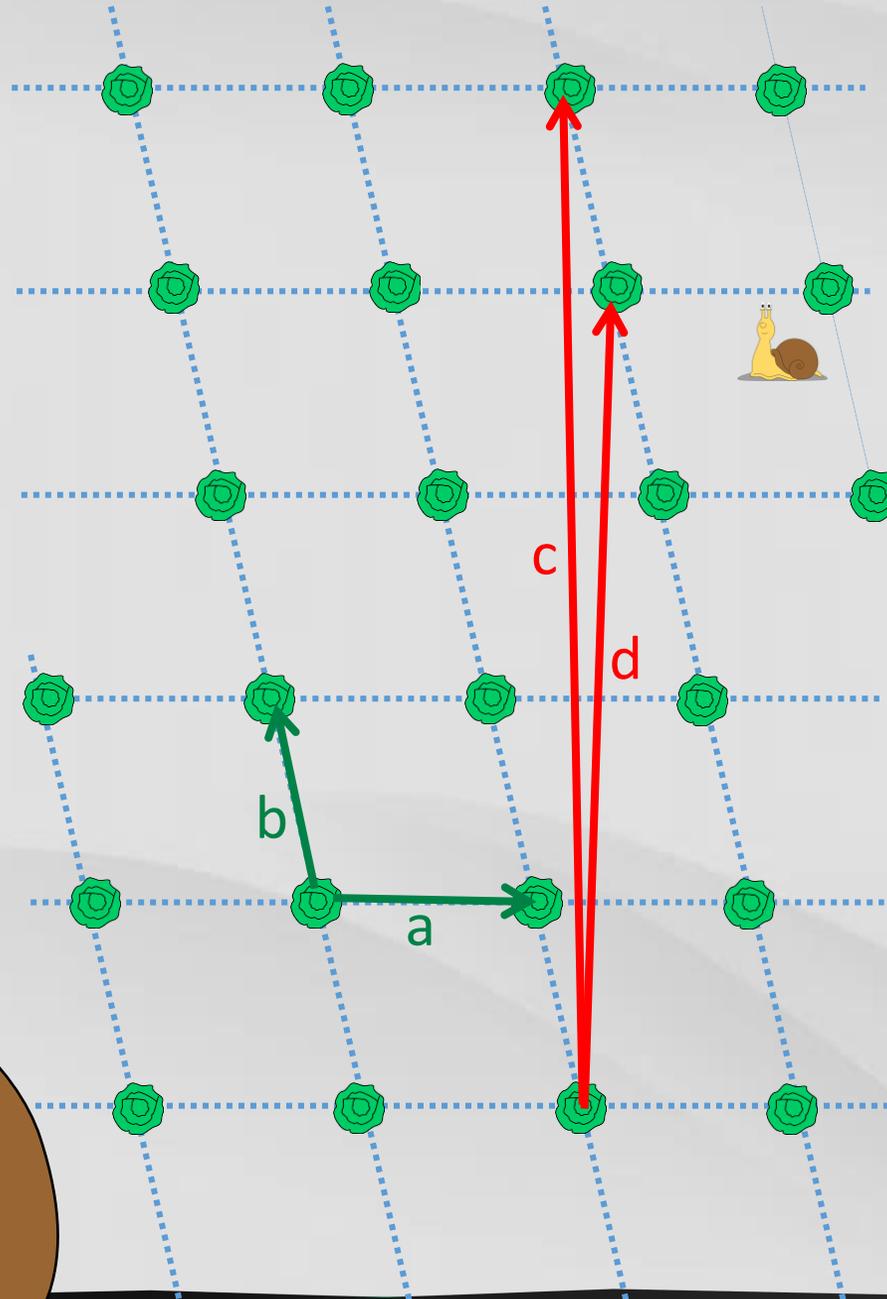
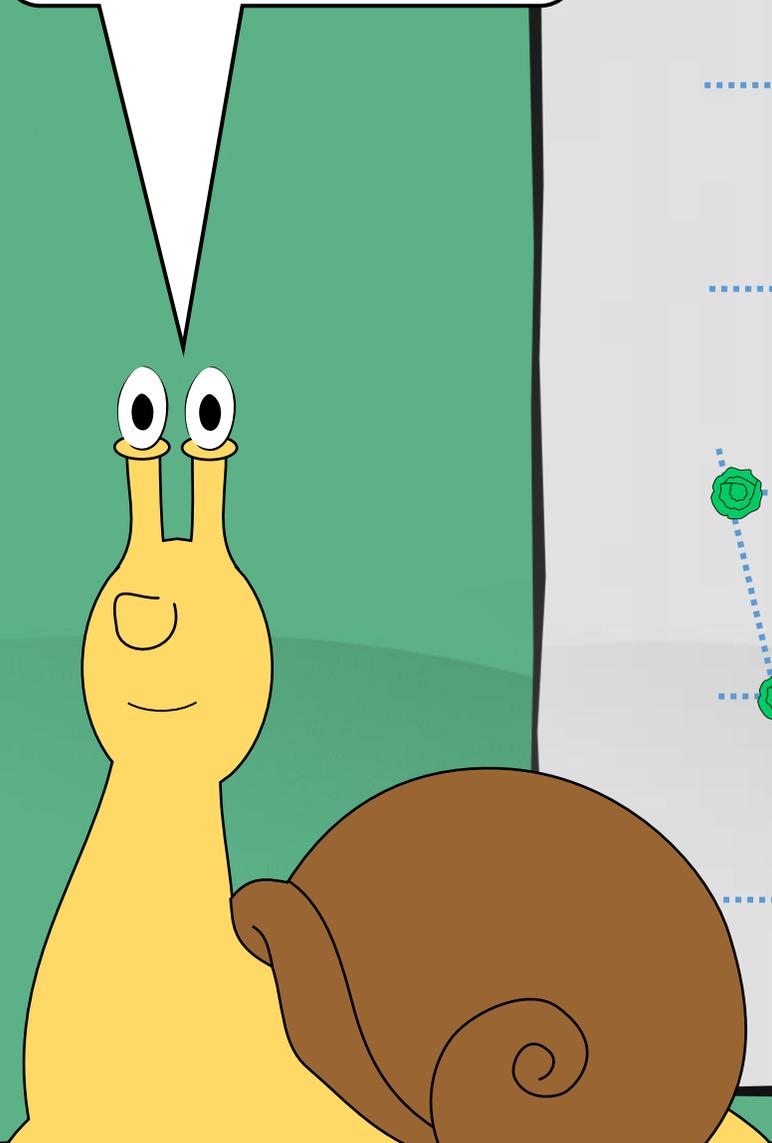
Salatköpfe



Ein Salatfeld lässt sich mit Vektoren definieren.



# Schnecke-im-Salat-Problem



**Welcher Salatkopf ist der nächste?**

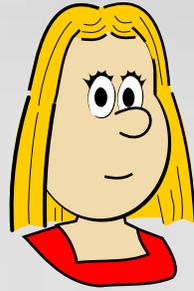
Im zweidimensionalen Raum einfach zu beantworten

**Aber im 250-dimensionalen Raum?**

Einfach zu finden, wenn gute Basis bekannt ist

Schwer zu finden, wenn nur schlechte Basis bekannt ist

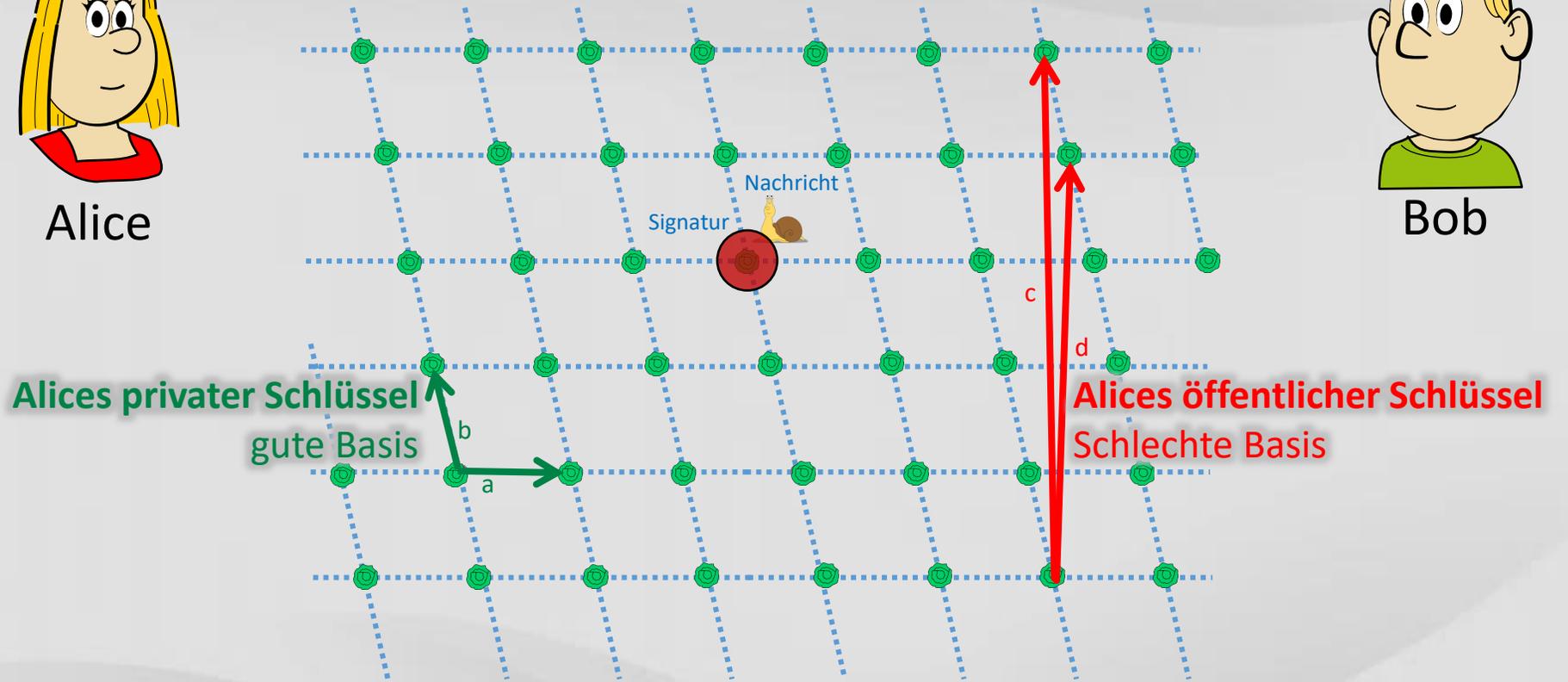
# FALCON- Signatur- verfahren



Alice



Bob



Alices privater Schlüssel

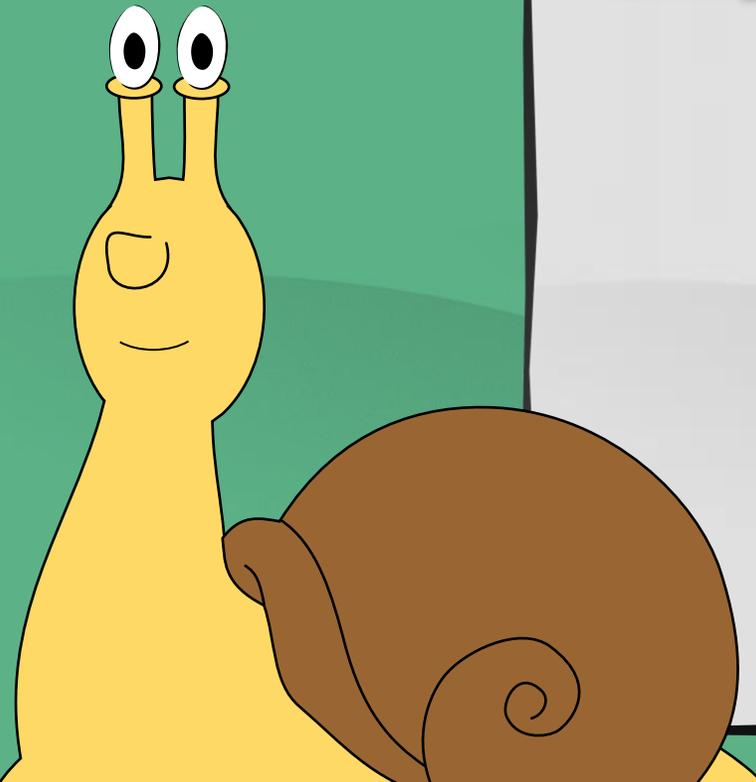
gute Basis

Alices öffentlicher Schlüssel

Schlechte Basis

Signatur: aus  
Sicht der  
Schnecke  
nächster  
Salatkopf

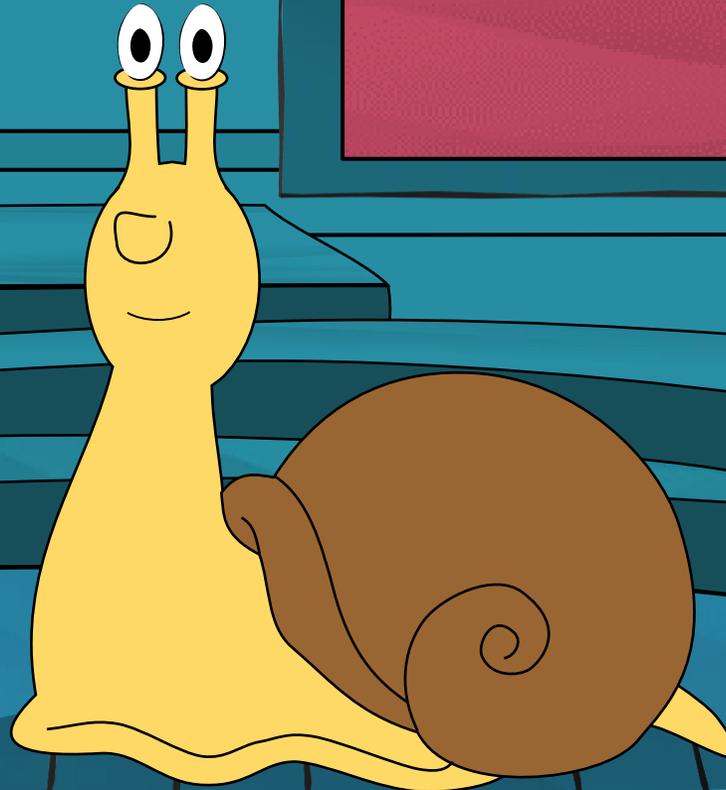
Verifikation:  
Angreifer prüft,  
ob Abstand  
klein ist



Und was ist mit  
**CRYSTALS-DILITHIUM?**



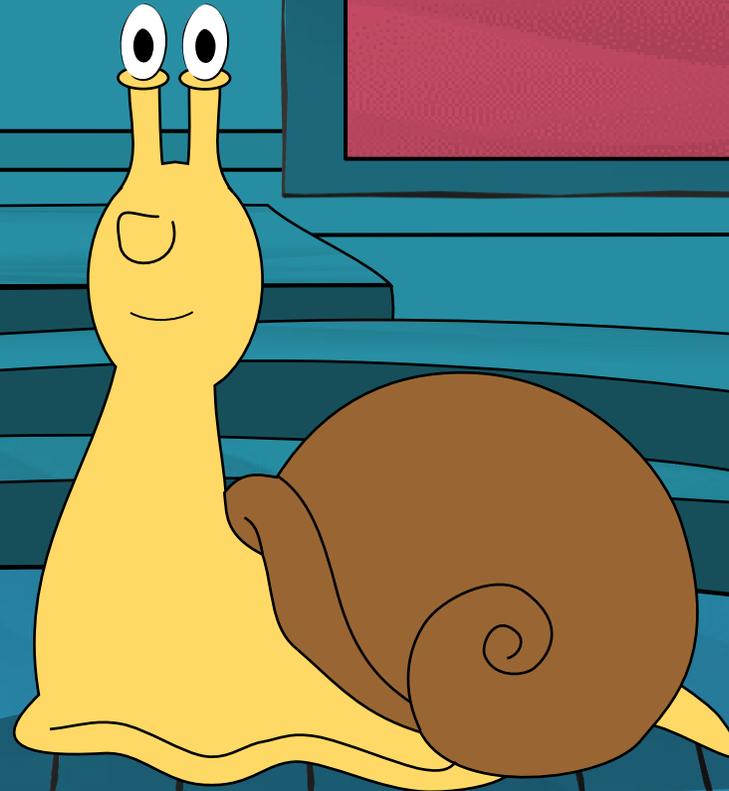
Ähnliches  
Prinzip



Gitter

Danke, Herr  
Schnecke!

cryptoVision  
an atos company



Unser nächster Gast ist ein Handwerker!

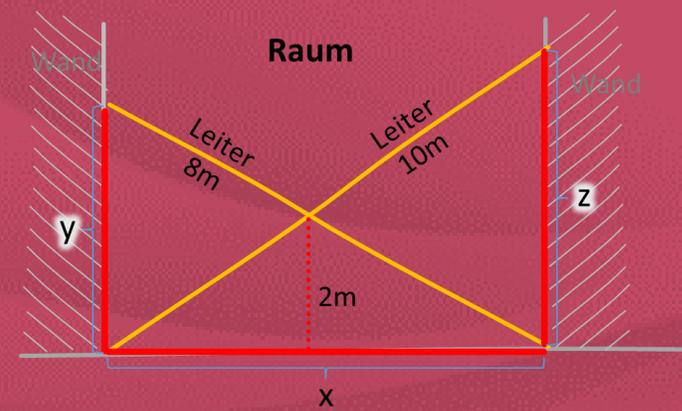
Hallo!



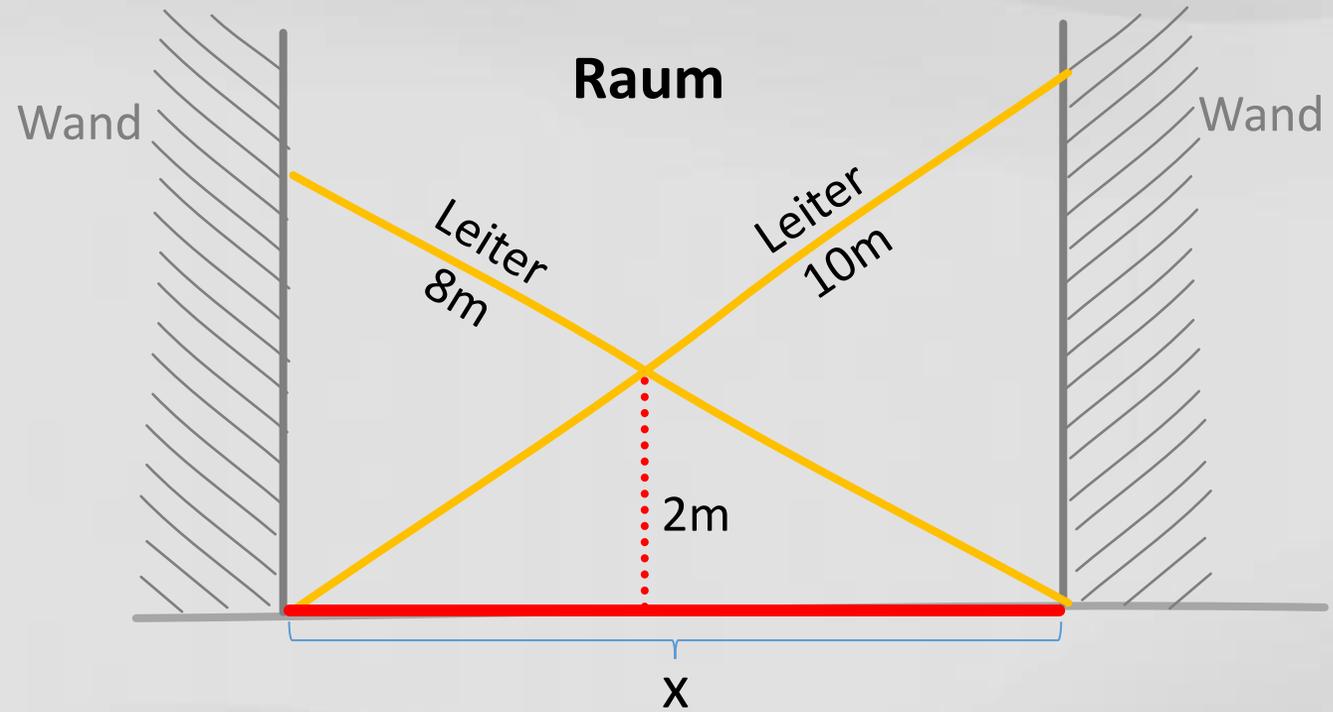
Erzählen Sie uns  
vom Leiterproblem!



Gerne!



Das  
Leiterproblem

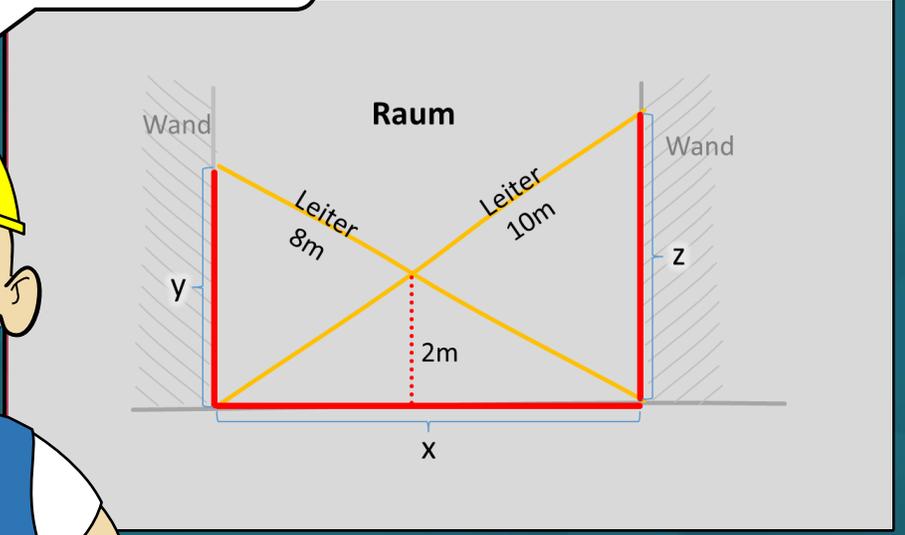


Wie breit ist  
der Raum?

Sieht nicht sehr  
schwierig aus!



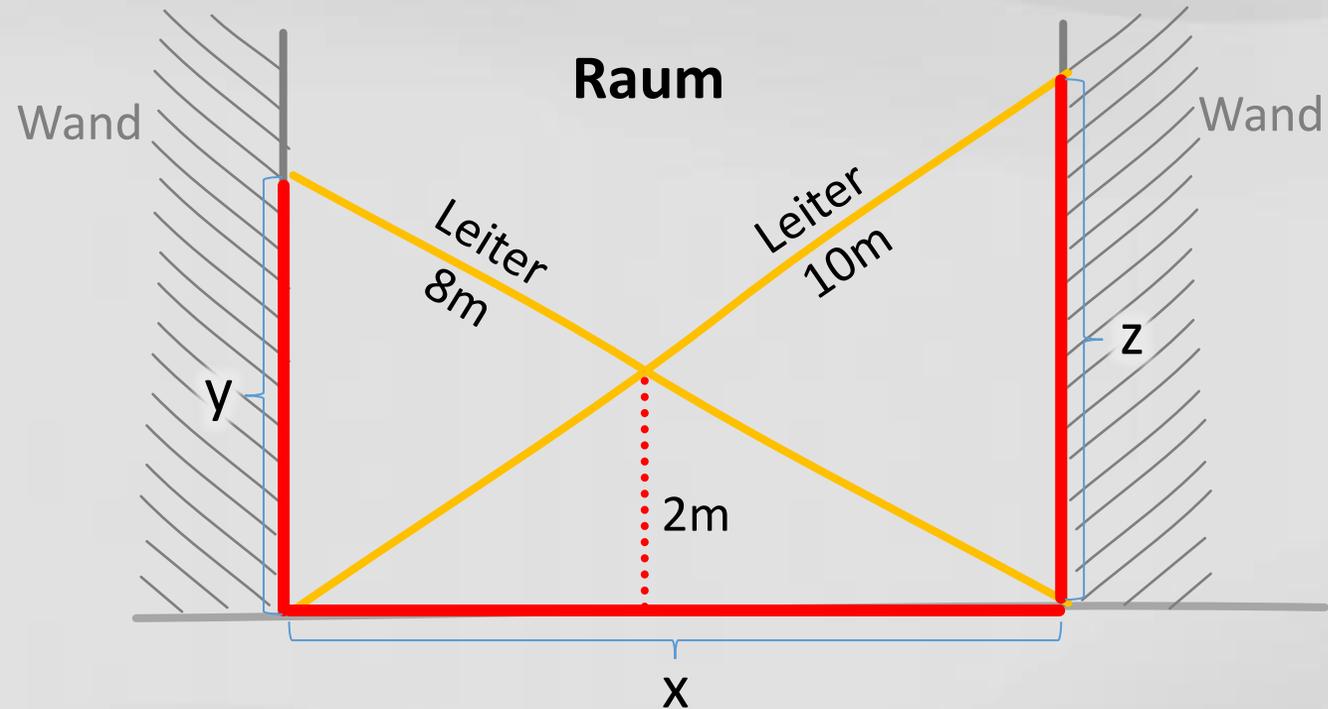
Ist es aber!



Man benötigt ein Gleichungssystem.



Ist schwer zu lösen.



$$x^2 + y^2 = 64$$

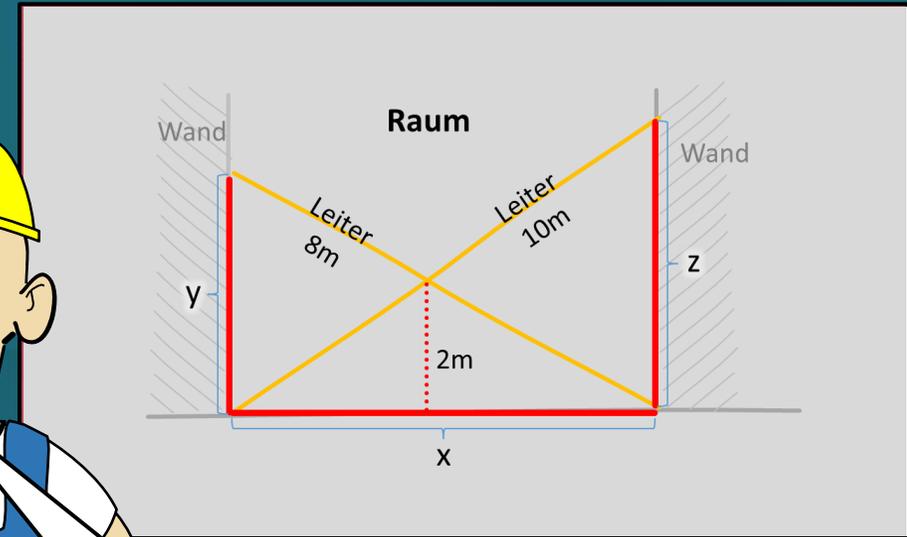
$$x^2 + z^2 = 100$$

$$xy = 16$$

Was hat das mit digitalen  
Signaturen zu tun?



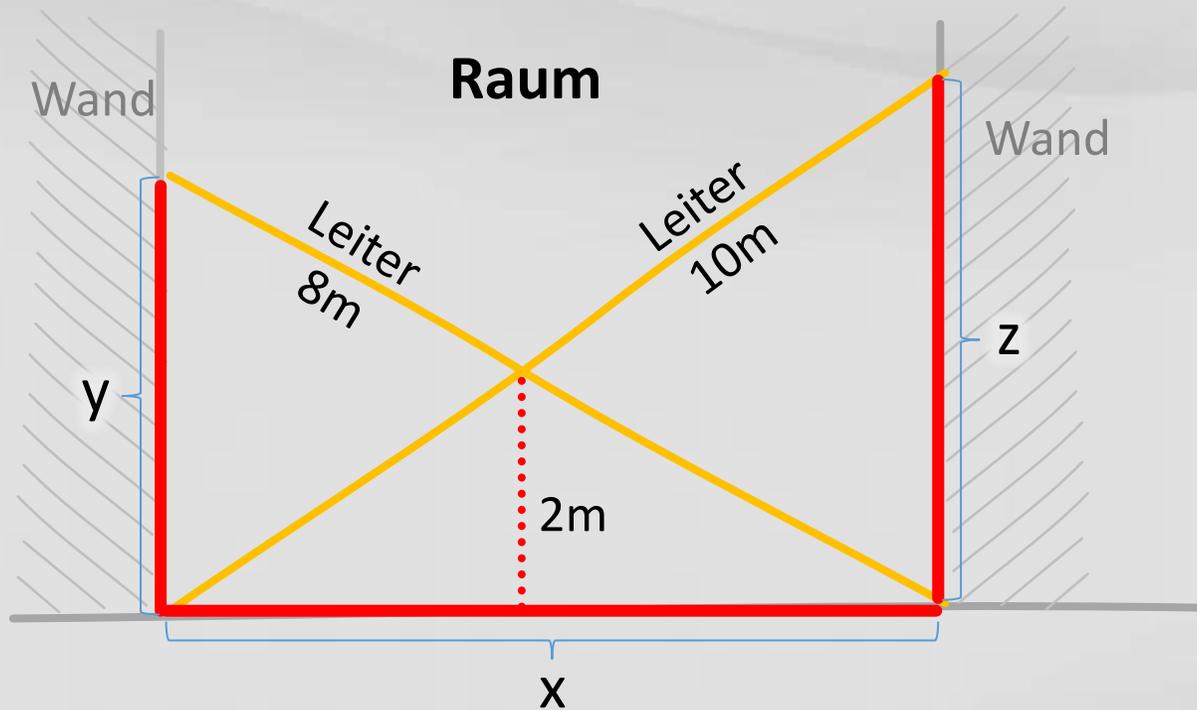
Ich zeig's  
Ihnen!



Das ist die zu  
signierende  
Nachricht.



x, y und z bilden  
die Signatur.



$$x^2 + y^2 = 64$$

$$x^2 + z^2 = 100$$

$$xy = 16$$

Aber um die Signatur zu berechnen  
muss ich doch die Gleichung lösen?

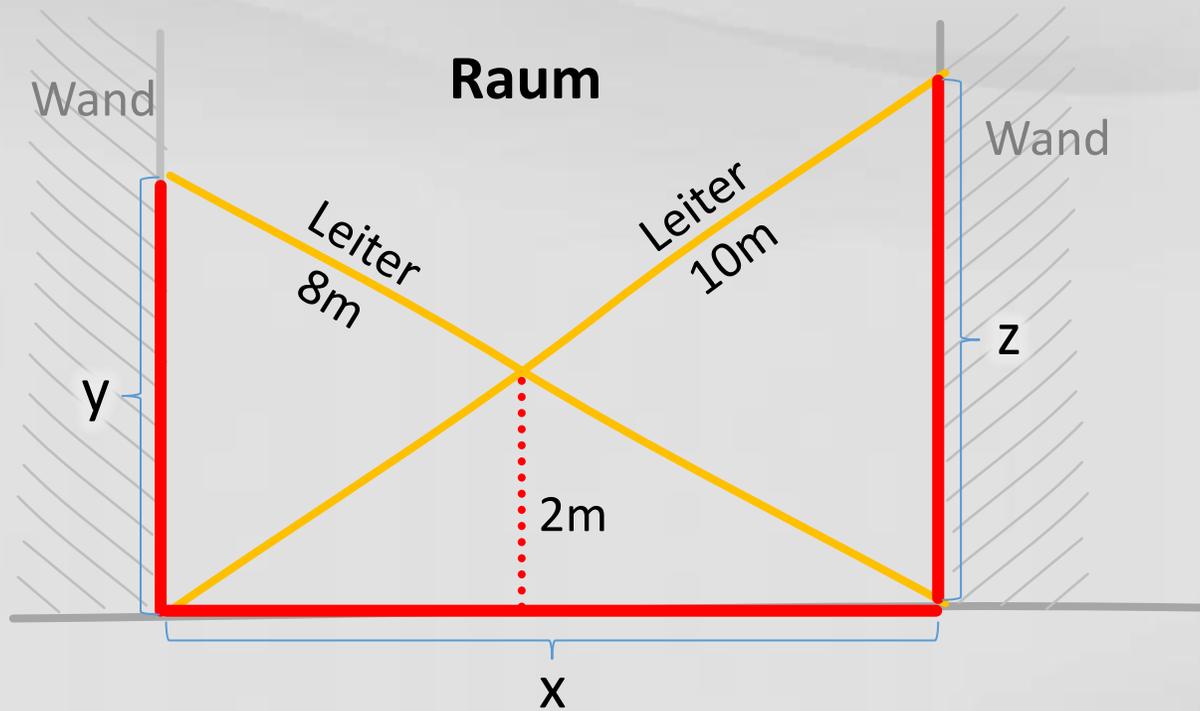
$$x^2 + y^2 = 64$$

$$x^2 + z^2 = 100$$

$$xy = 16$$

Stimmt.

Jetzt wird's multivariat.



Multivariate  
Polynome

$$x^2 + y^2 = 64$$

$$x^2 + z^2 = 100$$

$$xy = 16$$

Multivariates  
Gleichungssystem

Der allgemeine  
Fall ...

## Allgemeiner Fall eines multivariaten Gleichungssystems

$$2x^2 + 3y^2 + 5z^2 + 6xy + 4xz + 3yz + 5x + 8y + 3z + 7 = 44 \pmod{13}$$

$$3x^2 + 7y^2 + 8z^2 + 2xy + 2xz + 6yz + 7x + 4y + 8z + 3 = 34 \pmod{13}$$

$$6x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 7xy + 3xz + 2yz + 4x + 3y + 2z + 2 = 13 \pmod{13}$$

Einfach zu generieren

Schwer zu lösen

Dies ist eine  
Einwegfunktion.



Essig- und Öl-  
variablen ...



## Nicht ganz allgemeiner Fall eines multivariaten Gleichungssystems

$$2x^2 + 3y^2 + 5z^2 + 6xy + 4xz + 3yz + 5x + 8y + 3z + 7 = 44 \pmod{13}$$

$$3x^2 + 7y^2 + 8z^2 + 2xy + 2xz + 6yz + 7x + 4y + 8z + 3 = 34 \pmod{13}$$

$$6x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 7xy + 3xz + 2yz + 4x + 3y + 2z + 2 = 13 \pmod{13}$$

Essigvariable



z

Ölvariablen



x,y

# „Gutes“ Gleichungssystem

$$2x^2 + 3y^2 + 5z^2 + 6xy + 4xz + 3yz + 5x + 8y + 3z + 7 = 44 \pmod{13}$$

$$3x^2 + 7y^2 + 8z^2 + 2xy + 2xz + 6yz + 7x + 4y + 8z + 3 = 34 \pmod{13}$$

$$6x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 7xy + 3xz + 2yz + 4x + 3y + 2z + 2 = 13 \pmod{13}$$



Essigvariable

z



Ölvariablen

x,y



Ölvariablen werden nicht untereinander multipliziert.

Leicht zu lösen, indem man die Essigvariable festlegt.



## „Gutes Gleichungssystem“

$$\begin{array}{l} 5z^2 + 4xz + 3yz + 5x + 8y + 3z + 7 = 44 \pmod{13} \\ 8z^2 + 2xz + 6yz + 7x + 4y + 8z + 3 = 34 \pmod{13} \\ 3z^2 + 3xz + 2yz + 4x + 3y + 2z + 2 = 13 \pmod{13} \end{array}$$

Sei  $z=1$

$$\begin{array}{l} 5 + 4x + 3y + 5x + 8y + 3 + 7 = 44 \pmod{13} \\ 8 + 2x + 6y + 7x + 4y + 8 + 3 = 34 \pmod{13} \\ 3 + 3x + 2y + 4x + 3y + 2 + 2 = 13 \pmod{13} \end{array}$$

# „Gutes Gleichungssystem“

$$5z^2 + 4xz + 3yz + 5x + 8y + 3z + 7 = 44 \pmod{13}$$

$$8z^2 + 2xz + 6yz + 7x + 4y + 8z + 3 = 34 \pmod{13}$$

$$3z^2 + 3xz + 2yz + 4x + 3y + 2z + 2 = 13 \pmod{13}$$

Sei  $z=1$

$$9x + 11y = 29$$

$$9x + 10y = 25$$

$$7x + 5y = 6$$



Gutes Gleichungssystem lässt sich in schlechtes umwandeln.



## „Gutes Gleichungssystem“

$$\begin{array}{l} 5z^2 + \\ 8z^2 + \\ 3z^2 + \end{array} \quad \begin{array}{l} 4xz + 3yz + 5x + 8y + 3z + 7 = 44 \pmod{13} \\ 2xz + 6yz + 7x + 4y + 8z + 3 = 34 \pmod{13} \\ 3xz + 2yz + 4x + 3y + 2z + 2 = 13 \pmod{13} \end{array}$$

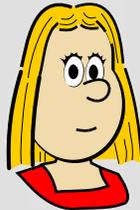
Einsetzen

$$z = x + 2$$

$$\Rightarrow z^2 = x^2 + 2xy + 4$$

# Rainbow-Signatur

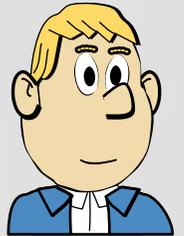
Alice



Gutes  
Gleichungssystem  
*Öffentlicher Schlüssel*

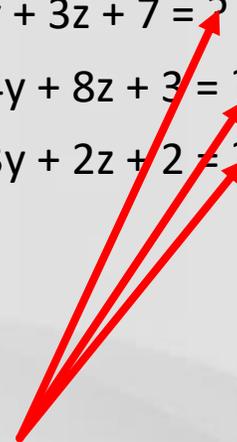
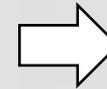
$$\begin{aligned}z^2 + 4xz + 3xz + 5x + 8y + 3z + 7 &= ? \\8z^2 + 2xz + 6xz + 7x + 4y + 8z + 3 &= ? \\3z^2 + 3xz + 2xz + 4x + 3y + 2z + 2 &= ?\end{aligned}$$

Bob



Schlechtes  
Gleichungssystem  
*Privater Schlüssel*

$$\begin{aligned}x^2 + z^2 + 4xz + 3xz + 5x + 8y + 3z + 7 &= ? \\8z^2 + 2xy + 2xz + 6xz + 7x + 4y + 8z + 3 &= ? \\2z^2 + 3z^2 + 3xz + 2xz + 4x + 3y + 2z + 2 &= ?\end{aligned}$$



**Nachricht**

**x,y,z: Signatur**

Bob kann  
Lösung prüfen,  
aber selbst keine  
berechnen.



Rainbow-  
Schlüssel  
sind lang.



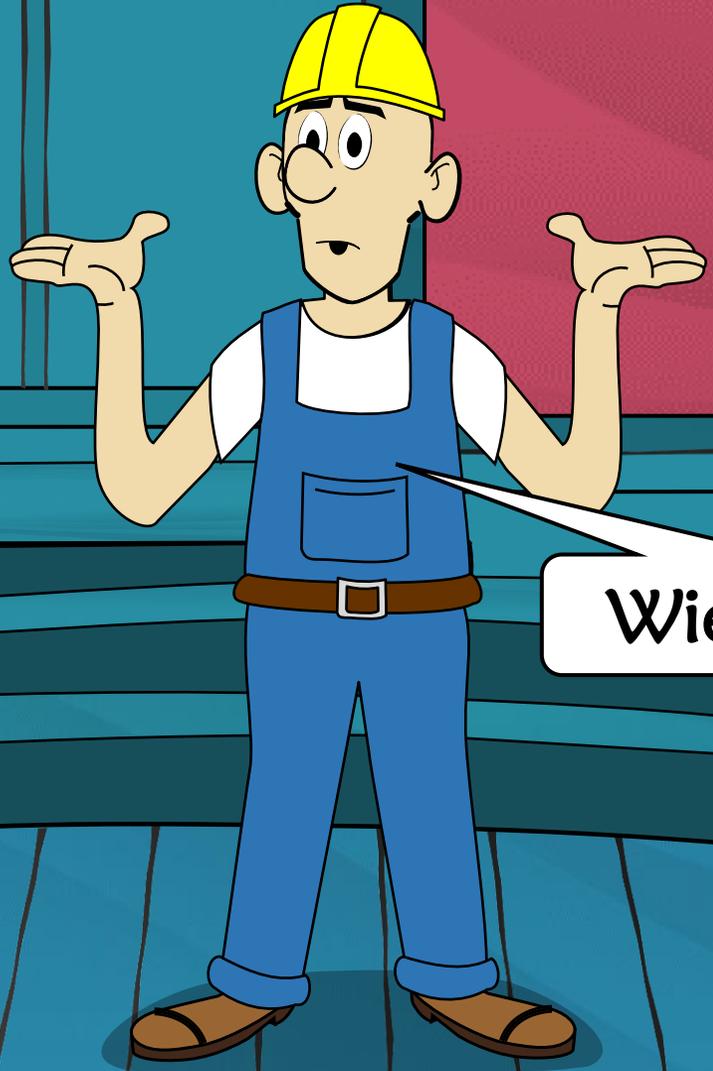
## Typische Parameter

12 Variablen und Gleichungen

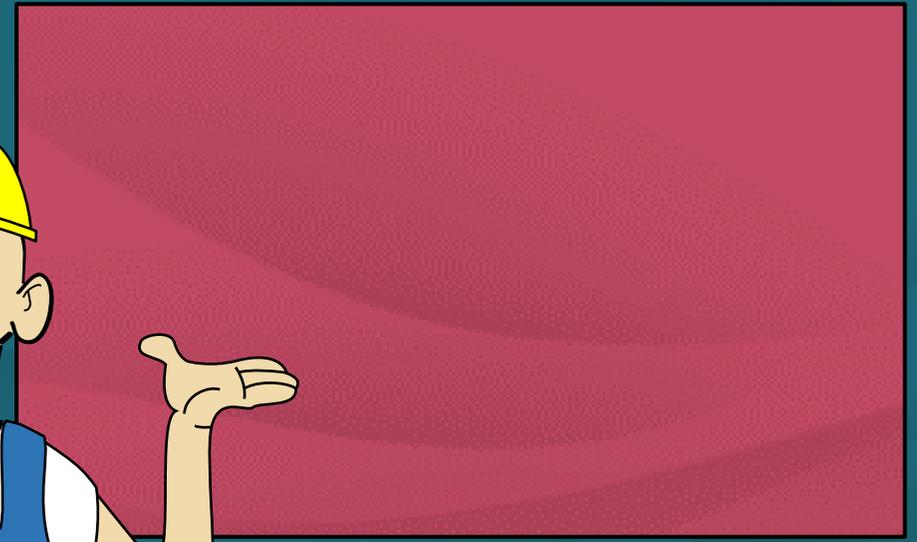
Länge des öffentlichen Schlüssels: 40 KB

Länge des privaten Schlüssels: : 5 KB

Danke, Herr  
Handwerker!



Wiedersehen!



Unser nächster  
Gast: ein  
Inselverkäufer!



Hallo!



cryptoVision  
an atos company



Erzählen Sie von  
Ihrer Arbeit.

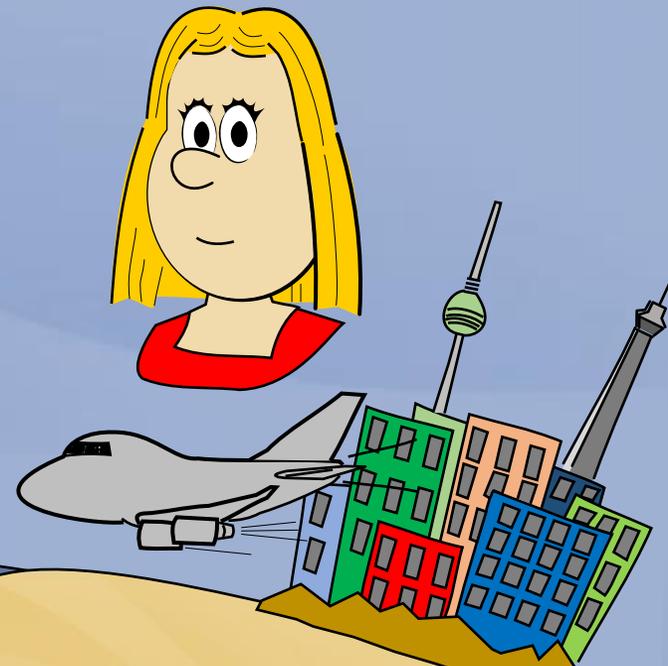
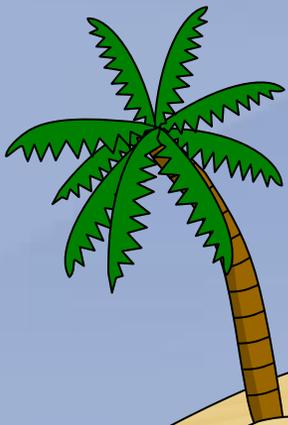
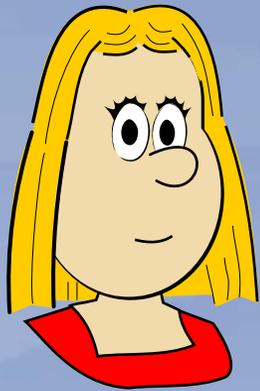


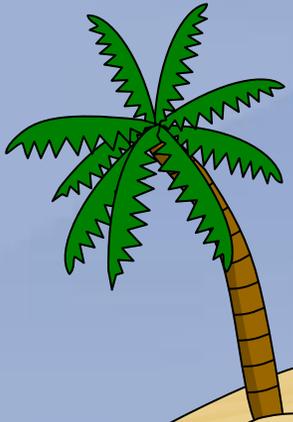
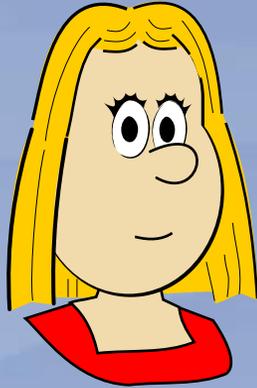


Wollen Sie eine Insel kaufen?



Ja, ich will sie aber erst sehen.





**JA**, ich kaufe / **Nein**, ich kaufe nicht

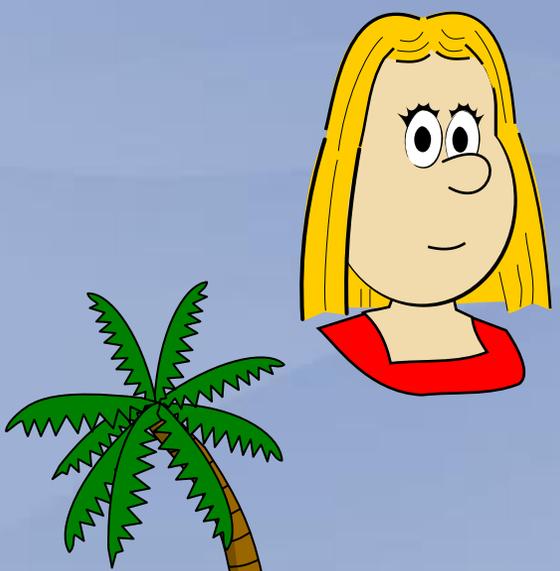


### Beide können betrügen!

Alice kann JA senden und  
später sagen, es war ein NEIN

Verkäufer kann sagen, es war JA,  
obwohl es ein NEIN war

**Digitale Signatur  
notwendig!**



Alices  
privater  
Schlüssel

Kombination 1  
8107  
oder  
Kombination 2  
0771



Alice muss Hälfte des  
privaten Schlüssel  
veröffentlichen  
=> Nur einmal verwendbar

Alices  
öffentlicher  
Schlüssel

Tresor 1      Tresor 2

JA, ich  
kaufe.  
*Alice*

NEIN, ich  
kaufe nicht.  
*Alice*

Kann man diese Methode  
auch digital nutzen?



Ja.



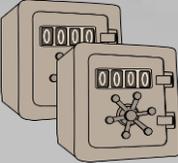
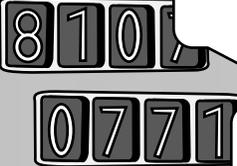
cryptoVision  
an atos company

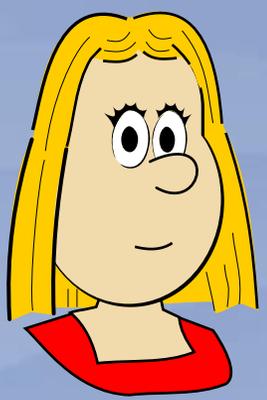
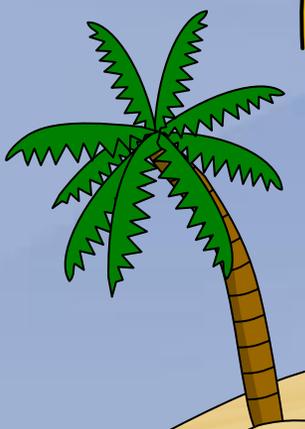


\$15000

# Hash-basierte Signaturen



		Hash-Funktion (z.B. SHA-2)
<b>Alices privater Schlüssel</b>	 Ich kaufe. <i>Alice</i> Ich kaufe nicht. <i>Alice</i>	Zufallszahl 1 Zufallszahl 2
<b>Alices öffentlicher Schlüssel</b>	 Ich kaufe. <i>Alice</i> Ich kaufe nicht. <i>Alice</i>	Hash von Zufallszahl 1 Hash von Zufallszahl 2
<b>Signatur</b>	Kombination 1 oder 2	Zufallszahl 1 oder 2



**Alices  
privater  
Schlüssel**

Zufallszahl 1  
5D0FA8CE  
or  
Zufallszahl 2  
C75D90CA



Zufallszahl  
1

Zufallszahl  
2

**Alice muss Hälfte des  
privaten Schlüssel  
veröffentlichen  
=> Nur einmal verwendbar**

**Alices  
öffentlicher  
Schlüssel**

Hash von  
Zufallszahl 1

Hash von  
Zufallszahl 2

JA, ich kaufe.

NEIN, ich kaufe nicht.

Ziemlich aufwendig  
für nur ein Bit.



Die Methode  
lässt sich  
verbessern.



Aber: Hash-basierte  
Signaturen sind immer  
aufwendig.

Aber sie sind  
beweisbar sicher.

Es gibt bereits Standards,  
beispielsweise RFC 8391.



Internet Research Task Force (IRTF)  
Request for Comments: 8391  
Category: Informational  
ISSN: 2070-1721

A. Huelsing  
TU Eindhoven  
D. Butin  
TU Darmstadt  
S. Gazdag  
genua GmbH  
J. Rijneveld  
Radboud University  
A. Mohaisen  
University of Central Florida  
May 2018

**XMSS: eXtended Merkle Signature Scheme**

Danke, Herr  
Inselverkäufer.



Tschüß!

cryptoVision  
an atos company



\$15000

Wenn Sie mehr  
wissen wollen ....



cryptoVision  
an atos company

cryptoVision

Post-Quanten-Kryptografie

Vertrauliche  
Daten auch für  
die Zukunft  
schützen

[cryptovision.com/post-quantum](https://cryptovision.com/post-quantum)

**ENDE**

cryptoVision  
an atos company

[www.cryptovision.com](http://www.cryptovision.com)

